

# 1 Modellbildung und Kennwertermittlung

## 1.1 Einteilung der Berechnungsmodelle

### 1.1.1 Allgemeine Grundsätze

Man benutzt Berechnungsmodelle in der Maschinendynamik meist aus drei Gründen:

1. Zeit- und Kostenersparnis bei der Entwicklung neuer oder verbesserter Erzeugnisse dadurch, dass an Stelle teurer Versuchsstände (oder Messungen an der realen Maschine, deren Betrieb man unterbrechen muss) die dynamische Simulation am Computer erfolgen kann.
2. Hilfe bei der Klärung physikalischer Ursachen für störende Erscheinungen (z. B. Resonanzschwingungen, Brüche, Lärm) oder gewünschter Effekte (z. B. Tilgung).
3. Ermittlung optimaler Parameterwerte hinsichtlich der jeweiligen speziellen Kriterien (z. B. Materialaufwand, Energiebedarf, Steifigkeit, Arbeitsschutz, Lebensdauer, Zuverlässigkeit).

In den vergangenen Jahren haben die Möglichkeiten zur modellgestützten Analyse an Bedeutung gewonnen, da sich durch die Leistungsfähigkeit der Computer und der Software der zeitliche und finanzielle Aufwand für Simulationsrechnungen bedeutend vermindert hat. Demgegenüber sind Prüfstandversuche zeit- und kostenaufwendig geblieben.

Dem Ingenieur muss also ein bestimmter „Modellvorrat“ zur Verfügung stehen, für den er Software kennt und deren Behandlung er beherrscht.

Man muss zur Kenntnis nehmen, dass es eine „Berechnung der Maschine“ nicht gibt, sondern die erste Aufgabe in der Bereitstellung eines Berechnungsmodells besteht. Die dafür angewendeten Methoden richten sich danach, ob als Ausgangsmaterial die Konstruktionsunterlagen oder Messungen an einer Maschine vorliegen.

Geht man von den Konstruktionsunterlagen aus, so muss als erstes eine *Struktur* definiert werden. Man versteht darunter die gegenseitigen Kopplungen der Elemente (Topologie) und den Aufbau des Berechnungsmodells aus den Elementen

*Masse:* Speicher für kinetische Energie

*Feder:* Speicher für potenzielle Energie

*Dämpfer:* Elemente zur Wandlung von mechanischer Energie in Wärmeenergie

*Erreger:* Elemente zur Energiezufuhr aus einer Energiequelle.

### A1.2 Trägheitstensor eines symmetrischen Körpers

Für einen symmetrischen Körper soll der Trägheitstensor experimentell bestimmt werden. Um die in Bild 1.18 dargestellten drei Achsen ( $k = 1, 2$  und  $3$ ), die in der Symmetrieebene liegen, wurden Pendelversuche vorgenommen, aus denen sich drei Trägheitsmomente um die Achsen 1, 2 und 3 bestimmen ließen.

Gegeben:

Trägheitsmomente um diese Achsen:  $J_{11}^S, J_{22}^S$  und  $J_{33}^S$

Gesucht:

1. Hauptträgheitsmomente  $J_I^S, J_{II}^S, J_{III}^S$
2. Hauptachsenwinkel  $\alpha_1, \gamma_1, \alpha_{II}, \gamma_{II}$

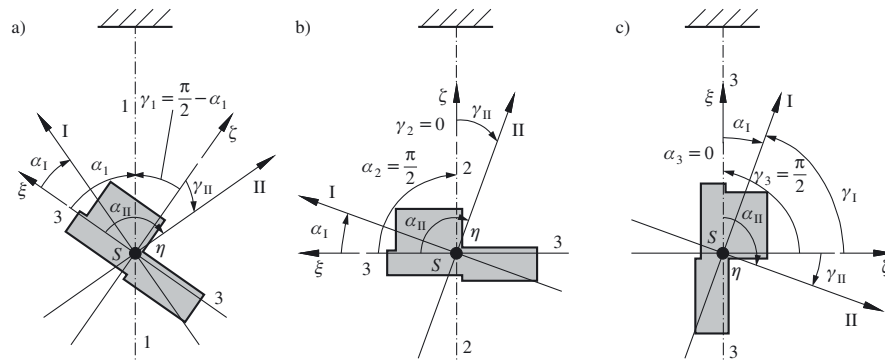


Bild 1.18 Kennzeichnung der Lage der drei Schwerpunktsachsen

### A1.3 Nichtlineare Federkennlinie

Für eine Druckfeder aus Gummi wurde die statische Kennlinie nach Bild 1.19 bestimmt. Mit welchem Federwert ist in einem linearen Schwingungssystem zu rechnen, wenn die Belastung der Feder in der Ruhelage 9 kN beträgt und die Frequenz in der Größenordnung 20 Hz liegt (Gummihärte über 80 Shore)?

Tabelle 1.7 Gegebene Messwerte

$k$	1	2	3	4	5	6	7
$x_k$ in mm	0	2	4	6	8	10	12
$F_k$ in kN	0	2,00	4,39	6,74	9,26	12,32	16,00

Man approximiere die Kennlinie durch das Polynom

$$F = c_1 x + c_3 x^3 \quad (1.62)$$

und ermittle  $c_1$  und  $c_3$  mithilfe der Ausgleichsrechnung.

## 1.5.4

## Lösungen L1.4 bis L1.6

**L1.4** Zunächst wird die Resonanzamplitude  $\hat{x}_{\max}$  ermittelt. Sie beträgt im Bild 1.28 etwa 9 Einheiten. Für die Halbwertsbreite bestimmt man nun den Wert  $\hat{x}_{\max}/\sqrt{2}$  und zeichnet ihn in die Resonanzkurve ein. Die Schnittpunkte mit der Resonanzkurve ergeben eine Frequenzdifferenz von  $\Delta f = 0,19$  Hz. Nach (1.110) gilt für die Dämpfungskonstante

$$b = m(\Omega_2 - \Omega_1) = 2\pi m \Delta f \quad (1.129)$$

und für den Dämpfungsgrad gemäß (1.89)

$$D = b/2m\omega_0. \quad (1.130)$$

Dabei ist  $\omega_0$  die Kreisfrequenz des ungedämpften Schwingers, die bei derartig schwacher Dämpfung der Resonanzfrequenz entspricht. Es gilt also

$$\underline{D} = \frac{2\pi \Delta f}{2m2\pi f_{\text{res}}} = \frac{\Delta f}{2f_{\text{res}}} = \underline{0,0048}. \quad (1.131)$$

**L1.5** Die Bewegungsgleichung eines gedämpften Schwingers, den die Kontaktstelle nach dem Aufprallen der Masse  $m$  darstellt, lautet gemäß (1.92)

$$\ddot{q} + 2D\omega_0\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.132)$$

Beim Aufprall am Kontaktpunkt gelten die Anfangsbedingungen

$$t = 0: \quad q(0) = 0; \quad \dot{q}(0) = v_0. \quad (1.133)$$

Die Lösung ist aus (1.94) bekannt. Mit  $\omega = \omega_0\sqrt{1-D^2}$  lautet sie

$$q(t) = \frac{v_0}{\omega} \exp(-D\omega_0 t) \sin \omega t \quad (1.134)$$

$$\dot{q}(t) = v_0 \exp(-D\omega_0 t) \left[ \cos \omega t - \left( D \frac{\omega_0}{\omega} \right) \sin \omega t \right]. \quad (1.135)$$

Solange  $q < 0$  ist, hat die Masse  $m$  Kontakt mit der Aufprallstelle. Es interessiert die Geschwindigkeit in dem Augenblick, wenn die Masse den Kontakt verliert. Dies tritt zur Zeit  $t_1$  ein, wenn

$$q(t_1) = 0; \quad \sin \omega t_1 = 0, \quad \omega t_1 = \pi. \quad (1.136)$$

Die Geschwindigkeit beträgt in diesem Augenblick

$$\begin{aligned} \dot{q}(t_1) &= v_0 \exp(-D\omega_0 t_1) \left[ \cos \omega t_1 - \left( D \frac{\omega_0}{\omega} \right) \sin \omega t_1 \right] \\ &= v_0 \exp\left(-D \frac{\omega_0 \pi}{\omega}\right) [-1 - 0] = v_1. \end{aligned} \quad (1.137)$$

Es ist die gesuchte Rückprallgeschwindigkeit  $v_1$ . Damit ist die Stoßzahl, vgl. (1.128)

$$\begin{aligned} \underline{k} &= \left| \frac{v_1}{v_0} \right| = \exp\left(-D \frac{\omega_0 \pi}{\omega}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right) \approx 1 - \pi D + \frac{1}{2}(\pi D)^2. \end{aligned} \quad (1.138)$$

Da der Dämpfungsgrad  $D \ll 1$  ist, kann man die Exponentialfunktion in eine Taylor-Reihe entwickeln und die angegebene Näherung benutzen.